Тема 9

• Расчет железобетонных конструкций по первой группе предельных состояний

Расчет по первой группе предельных состояний для большинства конструкций сводится к расчету прочности

При расчете прочности выполняют два расчета:

1) Расчет прочности по нормальным сечениям

2) Расчет прочности по наклонным сечениям

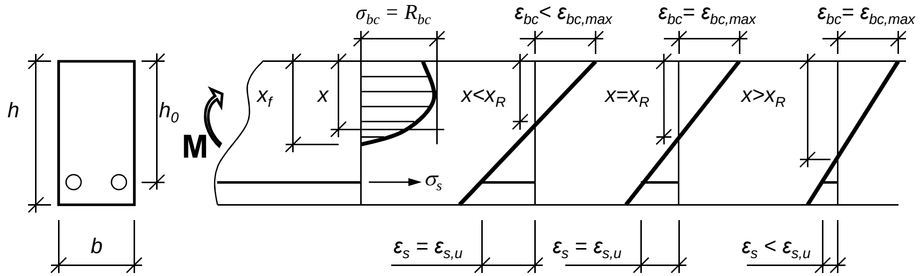
Расчет прочности изгибаемых железобетонных элементов по нормальным сечениям

Расчет прочности железобетонных элементов по новому СНиПу должен проводится на основе нелинейной деформационной модели

Для простых форм сечения допускается производить расчет по предельным усилиям

В основу этого расчета положена третья стадия напряженного состояния (стадия разрушения)

1. Особенности разрушения изгибаемых железобетонных элементов по нормальным сечениям



h_0 –рабочая высота сечения – это расстояние от верхнего сжатого волокна до центра тяжести растянутой арматуры

x_f- фактическая высота сжатой зоны

x- расчетная высота сжатой зоны (при замене криволинейной эпюры напряжений в сжатой зоне бетона на прямоугольную)

В зависимости от количества поставленной арматуры возможны два случая разрушения:

1) Течет арматура и раздавливается бетон сжатой зоны.

При этом $\sigma_s \to R_s$

2) Раздавливается бетон в сжатой зоне.При этом $\sigma_s < R_s$

x_R- граничное значение высоты сжатой зоны

$X \le X_R$- первый случай разрушения

$X > X_R$- второй случай разрушения

Рассмотрим деформации на границе между двумя случаями.

Из подобия треугольников имеем:

$$\frac{\varepsilon_{bc,\max}}{x_R} = \frac{\varepsilon_{s,u}}{h_0 - x_R}; \qquad x_R = \frac{h_0 * \varepsilon_{bc,\max}}{\varepsilon_{s,u} + \varepsilon_{bc,\max}}$$

Введем безразмерную величину:

$$\xi = \frac{x}{h_0}$$ - относительная высота сжатой зоны;

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0}$$ - Граничное значение относительной высоты сжатой зоны;

$$\xi_R = \frac{\varepsilon_{bc,\max}}{\varepsilon_{s,u} + \varepsilon_{bc,\max}} = \frac{1}{1 + \dfrac{\varepsilon_{s,u}}{\varepsilon_{bc,\max}}}$$

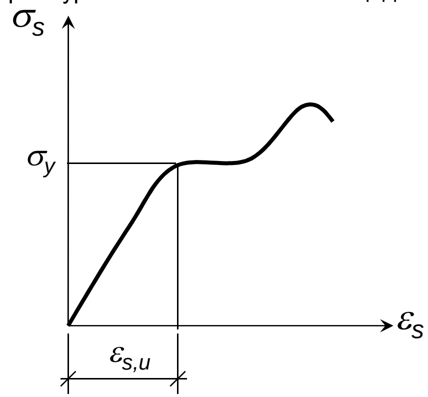
В этой формуле:

$\varepsilon_{bc,max}=0.0035$ – максимальная деформация бетона

$\varepsilon_{s,u}$-предельная деформация арматуры

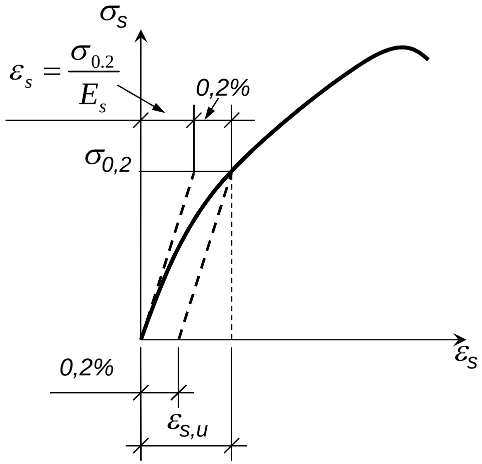
Для определения $\varepsilon_{s,u}$ возможны три случая:

1) Арматура из мягкой стали с площадкой текучести:



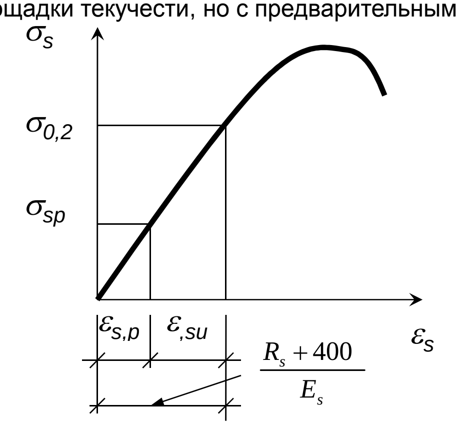
$$\varepsilon_{s,u} = \frac{\sigma_y}{E_s} = \frac{R_s}{E_s}$$

2) Арматура из твердой стали без площадки текучести:



$$\varepsilon_{s,u} = \varepsilon_s + 0.002 = \frac{\sigma_{0.2}}{E_s} + 0.002 = \frac{R_s + 400}{E_s}$$, при $E_s = 2*10^5$ МПа

3) Арматура из твердой стали без площадки текучести, но с предварительным напряжением



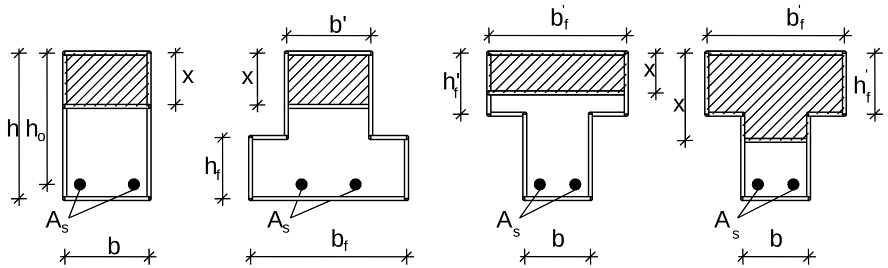
$$\varepsilon_{s,u} = \frac{R_s + 400}{E_s} - \varepsilon_{sp} = \frac{R_s + 400}{E_s} - \frac{\sigma_{sp}}{E_s} = \frac{R_s + 400 - \sigma_{sp}}{E_s}$$

В новом СНиПе формула для ξ_R записана следующим образом:

$$\xi_R = \frac{0.8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,u}}{\varepsilon_{bc,\max}}},$$

где величины $\varepsilon_{s,u}$ и $\varepsilon_{bc,max}$ определяются так, как мы показали выше

2. Понятие о расчетном сечении

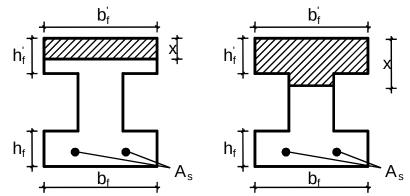


Под расчетным сечением понимается форма поперечного сечения в сжатой зоне бетона изгибаемого элемента: прямоугольная или тавровая

Форма расчетного сечения зависит от количества арматуры

Пример: Возьмем двутавровое сечение

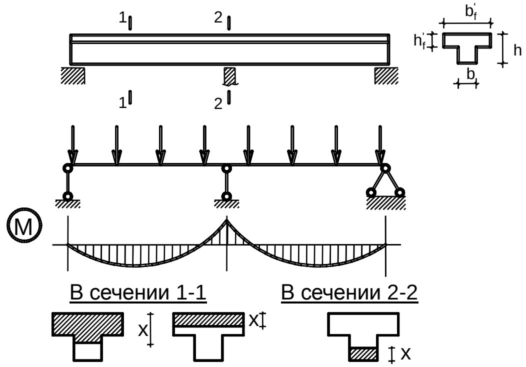
Если арматуры поставлено мало, то нейтральная ось пройдет в полке и расчетное сечение будет прямоугольным.



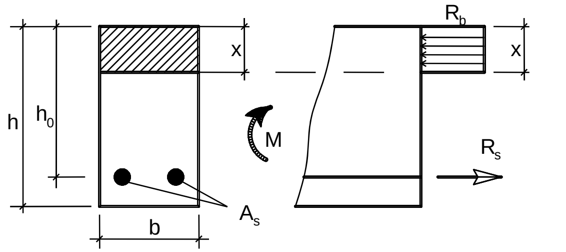
Если арматуры поставлено много, то нейтральная ось пройдет в ребре и расчетное сечение будет тавровым.

Форма расчетного сечения зависит от эпюры изгибающих моментов

Пример: возьмем двухпролетную неразрезную балку



3. Проверка прочности по нормальным сечениям изгибаемых элементов прямоугольного профиля с одиночной арматурой



Дано: b, h, A_s, R_b, R_s, M

Найти: сравним M с M_u

Решение:

1) Предполагаем, что у нас первый случай разрушения

2) Составляем условие равновесия

$$\sum F = 0$$

$$R_b * x * b - R_s * A_s = 0; \qquad x = \frac{R_s * A_s}{R_b * b}$$

3) Проверяем условие: $x \lesseqgtr x_R$

Если $x \le x_R$, то будет первый случай разрушения

Составим второе условие равновесия:

4) $\sum M = 0$

$$R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) - M = 0; \qquad Rs * As * \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) - M = 0;$$

Из этого уравнения получаем значение предельного момента, который может выдержать сечение

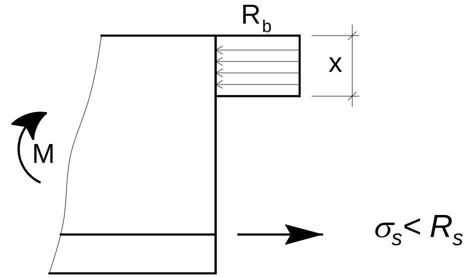
$$M_u = R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right);$$

5) $M > M_u$ – прочность не будет обеспечена

$M < M_u$ – прочность будет обеспечена

6) Если $x > x_R$, то будет второй случай разрушения

Изменяется напряженное состояние в сечении



Предельный момент можно найти по тем же формулам, только в место R_s подставить σ_s, которое определяется по СНиП.

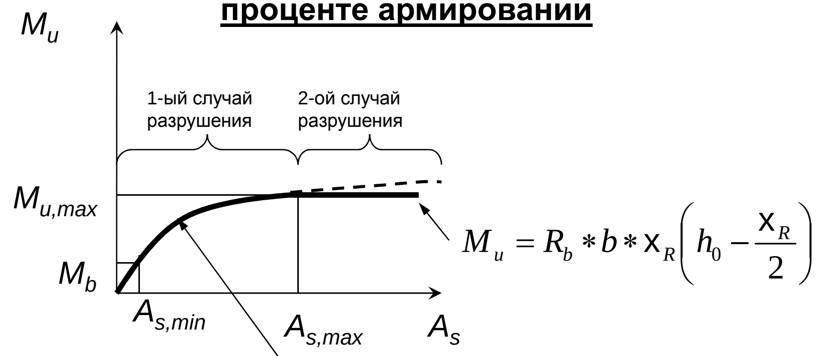
Допускается для элементов из бетонов класса В 30 и ниже и арматуры классов A-III (A 500) и ниже находить предельный момент по тем же формулам, принимая $x = x_R$

$$M_u = R_b * b * x_R\left(h_0 - \frac{x_R}{2}\right)$$

7) $M > M_u$ – прочность не обеспечена

$M < M_u$ – прочность обеспечена

4. Понятие о минимальном и максимальном проценте армировании



$$M_u = R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right), где\ x = \frac{R_s * A_s}{R_b * b}$$

Вводим два понятия:

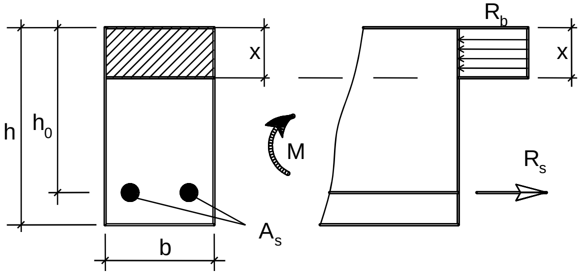
Коэффициент армирования $\mu = \dfrac{A_s}{b * h_0}$

Процент армирования $\mu\% = \dfrac{A_s}{b * h_0} * 100\%$

Минимальный коэффициент армирования - $\mu_{\min} = \dfrac{A_{s\min}}{b * h_0};$

Минимальный процент армирования - $\mu\%_{\min} = \dfrac{A_{s\min}}{b * h_0} * 100\%$

5. Подбор арматуры в изгибаемом элементе прямоугольного профиля с одиночной арматурой



Дано: b, h, R_b, R_s, M

Найти: A_s

Решение:

1) Предполагаем, что у нас первый случай разрушения

2) Составляем условие равновесия $\sum M = 0;$

$$R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) - M = 0; \quad M_u = R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$$

3) Приравниваем $M_u = M$

4) Из уравнения $M = R_b * b * x\left(h_0 - \dfrac{x}{2}\right)$ находим x

5) Сравниваем x ≷ x_R

Если $x \leq x_R$ – **первый случай разрушения**

6) Составляем второе условие равновесия

$$\sum F = 0$$

$$R_b * x * b - R_s * A_s = 0; \quad A_s = \frac{R_b * x * b}{R_s}$$

или

$$\sum M = 0$$

$$R_s * A_s * \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) - M = 0; \quad M_u = R_s * A_s * \left(h_0 - \frac{x}{2}\right)$$

Принимая $M = M_u$, получим:

$$A_s = \frac{M}{R_s * (h_0 - \frac{x}{2})}$$

7) Сравниваем $A_s \gtrless A_{s,min}$

Если $A_s \leq A_{s,min}$ принимаем $A_{s,min}$

Если $A_s > A_{s,min}$ принимаем A_s

Если $x > x_R$ – **то будет второй случай разрушения**

В этом случае необходимо:

а) или увеличить размеры сечения;

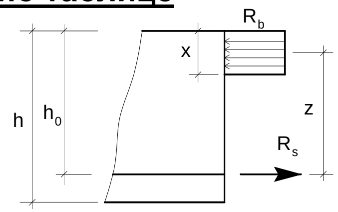
б) или увеличить класс бетона;

в) или поставить арматуру в сжатую зону бетона.

6.Подбор арматуры по таблице

Вводим безразмерные величины:

1) $\xi = \dfrac{x}{h_0}$



В справочнике имеется таблица

α_0	υ	ξ

2) $\upsilon = \dfrac{z}{h_0} = \dfrac{h_0 - \frac{x}{2}}{h_0} = 1 - \dfrac{\xi}{2}$

3) $\alpha_0 = \xi * \upsilon = \xi(1 - \dfrac{\xi}{2})$

Используя безразмерные величины, перепишем формулы из предыдущей задачи:

$$M_u = R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) = R_b * b * \xi\,(1 - \frac{\xi}{2}) * h_0^2 = \alpha_0 * R_b * b * h_0^2$$

$$M_u = R_s * A_s\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) = R_s * A_s * h_0 * \upsilon$$

Алгоритм расчета при подборе арматуры по таблице

1) Принимаем $M=M_u$

2) $\alpha_0 = \dfrac{M}{R_b * b * h_0^2}$

3) По таблице, зная α_0, подбираем ξ, υ

4) Сравниваем ξ с ξ_R; если $\xi \le \xi_R$ – первый случай разрушения

$$A_s = \frac{M}{R_s * \upsilon * h_0}$$

5) Сравниваем $A_s \gtreqless A_{s,min}$

Если $A_s \le A_{s.min}$ принимаем $A_{s.min}$

Если $A_s > A_{s.min}$ принимаем A_s

6) если $\xi > \xi_R$ – второй случай разрушения

В этом случае необходимо:

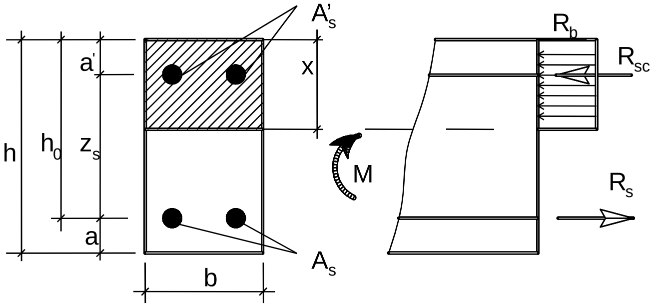
а) или увеличить размеры сечения;

б) или увеличить класс бетона;

в) или поставить арматуру в сжатую зону бетона.

7. Расчет прочности по нормальным сечениям изгибаемого элемента прямоугольного профиля с двойной арматурой

А) Проверка прочности



Дано: $b, h, R_b, R_s, R_{sc}, A_s, A'_s, M$

Найти: сравним $M_u \gtreqless M$

Решение:

1) Предполагаем, что у нас первый случай разрушения

2) Составляем условие равновесия:

$$\sum F = 0$$

$$R_b * x * b + R_{sc} * A'_s - R_s * A_s = 0$$

$$x = \frac{R_s * A_s - R_{sc} * A'_s}{R_b * b}$$

3) Если $2a' \le x \le x_R$ 1- ый случай разрушения

4) Составляем второе условие равновесия:

$$\sum M = 0; \quad R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + R_{sc} * A'_s * z_s - M = 0$$

$$M_u = R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + R_{sc} * A'_s * z_s$$

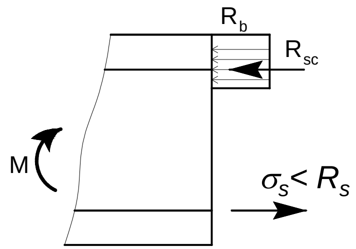
5) Сравним $M_u \gtreqless M$:

Если $M > M_u$,прочность не обеспечена

Если $M < M_u$,прочность обеспечена

6) Если $X > X_R$ второй случай разрушения

Изменяется напряженное состояние в сечении



Предельный момент можно найти по тем же формулам, только в место R_s подставить σ_s , которое определяется по СНиП.

Допускается для элементов из бетонов класса В 30 и ниже и арматуры классов А500, А400 (AIII) и ниже находить предельный момент по тем же формулам, принимая $x=x_R$

$$M_u = R_b * b * x_R\left(h_0 - \frac{x_R}{2}\right) + R_{sc} * A'_s * z_s$$

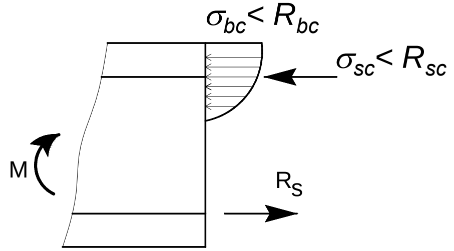
7) Сравним $M_u \gtreqless M$:

Если $M > M_u$,прочность не обеспечена

Если $M < Mu$,прочность обеспечена

8) Если X≤2a' – третий случай разрушения

Изменяется напряженное состояние в сечении:



Принимая приближенно $z=z_s$, из условия равновесия

$$\sum M = 0; \qquad R_s * A_s * z_s - M = 0$$

получим:

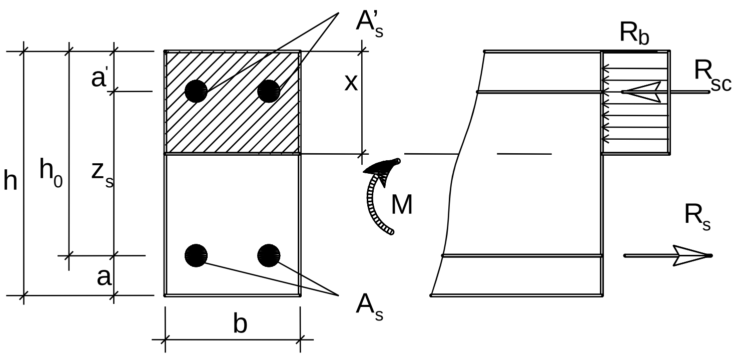
$$M_u = R_s * A_s * z_s$$

9) Сравним $M_u \lessgtr M$:

Если $M>M_u$,прочность не обеспечена

Если $M<M_u$,прочность обеспечена

Б. Подбор арматуры



Дано: b, h, R_b, R_s
R_{sc}, M

Найти: A_s, A'_s

Решение:

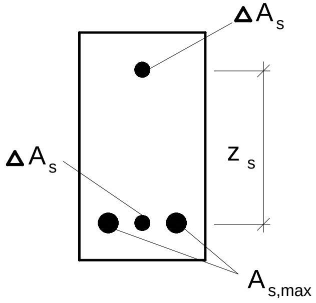
1) Найдем максимальный предельный момент, который может воспринять данное прямоугольное сечение с одиночной арматурой, поставленной в растянутой зоне

$$M_u^{\max} = R_b * b * x_R \left(h_0 * \frac{x_R}{2} \right)$$

При этом требуется арматура: $A_{s.\max} = \dfrac{R_b * b * x_R}{R_s}$

2) $\Delta M = M - M_u^{max}$

3) Чтобы воспринять момент ΔM , поставим в растянутую и сжатую зону арматуру ΔA_s



Тогда : $\Delta M = R_{sc} \Delta A_s z_s$

Отсюда : $\Delta A_s = \dfrac{\Delta M}{R_{sc} z_s}$

4) Окончательно имеем:

$$A_s = A_{s,max} + \Delta A_s ; \; A_s' = \Delta A_s$$

5) Затем осуществляем проверку: сравниваем A_s с $A_{s.min}$

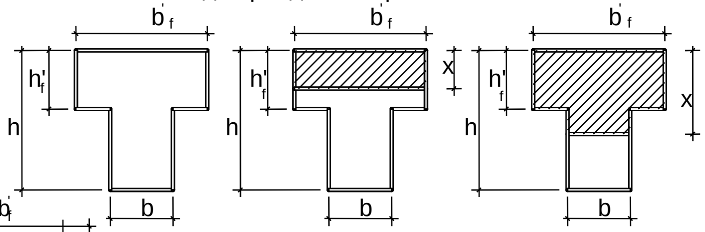
Если $A_s < A_{s.min}$ принимаем $A_{s.min}$

Если $A_s > A_{s.min}$ принимаем A_s

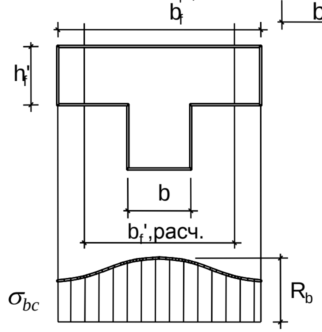
8. Расчет прочности нормального сечения изгибаемых элементов таврового профиля

А. Особенности таврового сечения

1) В элементах таврового профиля может быть две формы расчетных сечений в зависимости от того, где пройдет нейтральная ось



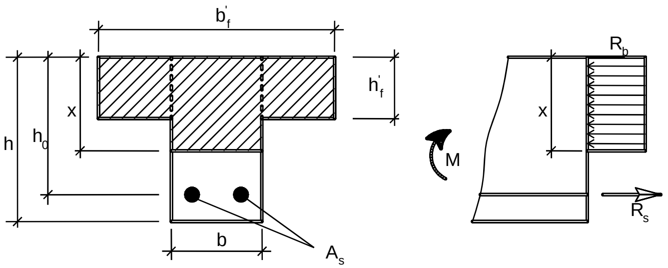
2)



В сжатой полке элементов таврового профиля напряжения распределяются неравномерно

В расчет вводится $b'_{f,расч}$, которая определяется по СНиП. При этом принимается, что на всей ширине $b'_{f,расч}$ напряжения достигают значения R_b

Б. Проверка прочности таврового сечения



Дано: $b, b'_f, R_b, R_s, A_s, M, h'_f, h$

Найти: сравним $M_u \lesseqgtr M$

Решение:

1) Предполагаем, что у нас первый случай разрушения
2) Предполагаем, что расчетное сечение тавровое - нейтральная ось проходит в ребре
3) Составим условие равновесия

$\sum F=0$; $R_b * x * b + R_b * A_{ov} - R_s * A_s = 0,$ где A_{ov} - суммарная площадь двух свесов

$$x = \frac{R_s * A_s - R_b * A_{ov}}{R_b * b}$$

4) если $x \le h'_f$, то нейтральная ось пройдет в полке, расчетное сечение будет прямоугольным с размерами $b'_f * x$ (смотри расчет прямоугольного сечения)

5) Если $h'_f < x \le x_R$ – первый случай разрушения

Составляем второе условие равновесия

$\sum M=0$; $$R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) - M + R_b * A_{ov} * \left(h_0 - \frac{h'_f}{2}\right) = 0$$

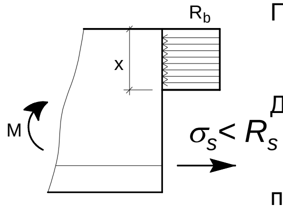
$$M_u = R_b * b * x\left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + R_b * A_{ov} * \left(h_0 - \frac{h'_f}{2}\right)$$

6) Сравним $M_u \gtreqless M$:

Если $M > M_u$, прочность не обеспечена

Если $M < M_u$, прочность обеспечена

7) Если $x > x_R$ – второй случай разрушения



Предельный момент можно найти по тем же формулам, только в место R_s подставить σ_s, которое определяется по СНиП.

Допускается для элементов из бетонов класса В 30 и ниже и арматуры классов А-III (А 500) и ниже находить предельный момент по тем же формулам, принимая $x = x_R$

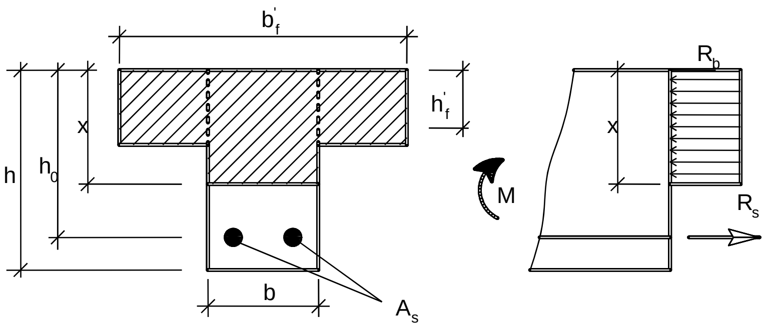
$$M_u = R_b * b * x_R * \left(h_0 - \frac{x_R}{2}\right) + R_b * A_{ov} * \left(h_0 - \frac{h'_f}{2}\right)$$

8) Сравним $M_u \gtreqless M$:

Если $M > M_u$, прочность не обеспечена

Если $M < Mu$, прочность обеспечена

В. Подбор арматуры



Дано: $b, b'_f, R_b, R_s, M, h'_f, h$

Найти: A_s

Решение:

1) Предполагаем, что у нас первый случай разрушения

2) Предположим, что нейтральная ось проходит в ребре

3) Найдем часть изгибающего момента, который воспринимается свесами

$$M_{o\upsilon} = R_b * A_{o\upsilon} * \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

4) Найдем часть продольной арматуры соответствующей работе только свесов

$$F_{o\upsilon} = R_b * A_{o\upsilon}; \qquad F_{s,o\upsilon} = R_s * A_{s,o\upsilon}; \qquad F_{ov} = F_{s,o\upsilon}$$

Отсюда:

$$A_{s,o\upsilon} = \frac{R_b * A_{o\upsilon}}{R_s}$$

5) Найдем часть изгибающего момента, который воспринимается ребром

$$M_{web} = M - M_{ov}$$

6) Если $M_{web} < 0$, то нейтральная ось пройдет в полке и расчетное сечение будет прямоугольным (смотри подбор арматуры для прямоугольного сечения)

7) Если $M_{web} > 0$, то нейтральная ось пройдет в ребре, переходим к следующему этапу

8) Подбор арматуры в ребре по таблице:

$$\alpha_0 = \frac{M_{web}}{R_b * b * h_0^2}$$

По таблице, зная α_0 подбираем ξ ,υ

Сравниваем ξ с ξ_R; если $\xi \le \xi_R$ – первый случай разрушения

$$A_{s,web} = \frac{M_{web}}{R_s * \upsilon * h_0}$$

9) Находим общую площадь арматуры

$$A_s = A_{s,web} + A_{s,ov}$$

10) если $\xi > \xi_R$ – второй случай разрушения

В этом случае необходимо

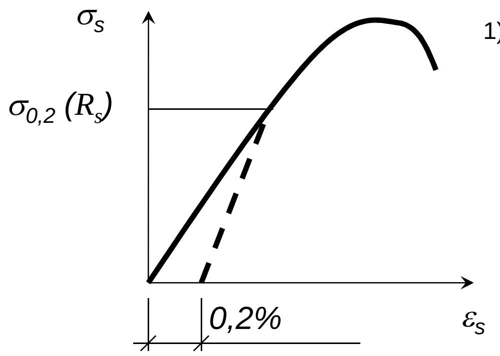
а) или увеличить размеры сечения;

б) или увеличить класс бетона;

в) или поставить арматуру в сжатую зону бетона.

9. Особенности расчета прочности по нормальным сечениям изгибаемых преднапряженных элементов

Расчет преднапряженных элементов выполняется так же как для обычных, но при этом учитываются две особенности



1) В расчете величина $\boldsymbol{R_s}$ может быть принята с превышением, но не более, чем на 10%

2) Величина ξ_R определяется, как для преднапряженной конструкции